

Development of an Experimental Apparatus for Measurements of the Coefficient of Kinetic Friction with Linear Movement

Hyoungjoo NAM*

Da Vinci College of General Education, Chung-Ang University, Seoul 06974, Korea

(Received 22 April 2016 : revised 30 May 2016 : accepted 31 May 2016)

A new experimental apparatus for friction, which enables easy and accurate calculation of the coefficient of kinetic friction by measuring the acceleration of a sample with a small error, has been developed. For this purpose, a friction track of optimum size and function, on which the guide rail was mounted so as to allow the sample to move linearly, was manufactured. Also, a glider that could move along this guide rail was manufactured. In addition, a photogate stand and a stanchion that work well without adjusting the photogate height or the angle for measuring the glider's acceleration were designed, and an easy way to attach and detach the sample to the bottom of the glider by using velcro tape was developed. Consequently, the coefficients of kinetic friction obtained from the new experimental apparatus were constant even for several experimental conditions: different angles or masses.

PACS numbers: 01.50.Pa

Keywords: Physics experiment, Coefficient of kinetic friction, Physics education, Experimental apparatus, Guide rail

시료의 직선 운동이 가능한 마찰 계수 측정 실험 장치의 개발

남형주*

중앙대학교 교양학부대학, 서울 06974, 대한민국

(2016년 4월 22일 받음, 2016년 5월 30일 수정본 받음, 2016년 5월 31일 게재 확정)

마찰 시료의 운동 가속도를 매우 작은 편차로 쉽고 정확하게 측정하여 운동 마찰 계수를 구할 수 있는 마찰 실험 장치를 개발하였다. 이를 위해 마찰 시료의 운동을 직선으로 제어할 수 있는 가이드 레일을 부착한 효율적인 크기와 기능의 마찰실험대를 제작하였다. 그리고 이 가이드 레일을 따라 운동할 수 있는 글라이더를 만들었다. 또한, 마찰실험대의 어떠한 경사각에서도 글라이더의 가속도를 측정하기 위한 포토 게이트의 높이와 기울임의 조절이 필요 없는 편리한 새로운 포토게이트 스탠드와 지지대를 제작하였으며, 벨크로 테이프를 이용해 마찰 시료를 글라이더 바닥에 쉽게 탈 부착할 수 있는 방법을 개발하였다. 그리고 이 마찰 실험 장치로 각도와 질량의 조건을 달리하며 실험한 여러 실험에서 운동 마찰 계수는 상당히 일정한 값으로 측정되었다.

PACS numbers: 01.50.Pa

Keywords: 물리 실험, 운동 마찰 계수, 물리 교육, 실험 장치, 가이드 레일

*E-mail: todayonlybabo@gmail.com



I. 서론

마찰 계수 측정 실험은 마찰 계수를 측정하는 본연의 의미 외에도 마찰력을 포함한 운동에 대한 뉴턴의 운동 법칙의 적용 예를 학습할 수 있다는 면에서 매우 가치 있는 실험 종목이다. 2009 개정 과학과 교육과정을 살펴보면, 학생들은 교육과정에서 중학교 ‘과학’의 ‘힘과 운동’ 단원을 통해 마찰력의 특징을 이해하며, 이후 고등학교 선택 교과인 ‘물리 실험’에서 마찰력의 크기와 두 물체 사이의 접촉면의 성질에 따른 정지 마찰 계수의 크기를 실험을 통해 이해할 수 있다 [1]. 또한 고등학교 물리Ⅱ의 힘과 운동의 관계를 다루는 운동 법칙의 문제를 해결하는 데 있어 마찰력과 마찰 계수에 대한 이해가 필요하다 [1]. 대학의 물리학 교재의 역학 부분에서는 많은 문제에서 마찰력이 포함된 상황을 다루고 있다 [2-4]. 따라서 학생들에게 마찰력과 마찰 계수의 올바른 개념 이해는 중요하다. 많은 역학 관련 실험에서 마찰력은 배제하고 싶으나 불가항력적 요소로 작용하여 주요 오차의 원인이 되기도 하여 마찰에 대하여 정확히 이해하는 것은 실험 측면에서도 매우 중요하다. 또한 학생들은 마찰력의 방향 및 크기에 대한 여러 오개념을 가지고 있으며 마찰력 개념은 뉴턴 역학 단원에서 연관지어 교육이 이루어져야 한다 [5]. 이러한 점에서 마찰력의 이해를 높일 수 있는 마찰 계수 측정 실험은 매우 필요한 실험 종목이다. 이러한 중요성에도 불구하고 마찰 계수 측정 실험을 실험 종목으로 편성하여 운영하는 것은 쉽지 않다. 일부 대학에서는 마찰 계수 실험을 제외하였으며 [6], 고등학교 교육과정에서는 물리실험 교과를 선택하는 경우가 거의 없어 현 교육과정에서는 마찰 계수를 측정하는 실험을 직접 경험하기 어렵다. 현재 교육과정에 따르면 대학에 입학한 신입생들은 마찰 계수를 측정하고 이해하는 데 부족함이 있어, 대학의 일반물리 실험 교과목에서는 마찰력과 마찰 계수의 측정에 대한 내용을 이전보다 보강하여야 할 것으로 생각된다. 그 이유는 정지 마찰 계수의 측정은 기존의 어떠한 실험 장치로도 문제가 없으나 운동 마찰 계수는 그 측정이 상당히 부정확하기 때문이다.

현재 사용되고 있는 운동 마찰 계수 실험 장치와 이를 이용한 운동 마찰 계수 측정 방법은 대략 네 가지이다. 첫째, PASCO사의 Force Sensor와 Computer Interface를 이용하여 마찰 시료의 운동 마찰력을 측정하고 이로부터 운동 마찰 계수를 구하는 방법 [7,8], 둘째, 서울과학기술기의 I-CA System을 이용하여 마찰 시료의 가속도를 측정하고 이 측정값을 운동 방정식에 대입하여 운동 마찰 계수를 구하는 방법 [9], 셋째, 경사면 또는 수평면 상에서 마찰 시료에 일정한 힘을 가하여 등속 운동시키고, 이때 가한 힘이 운동 마찰력과 같다는 가정으로부터 운동 마찰 계수를 구하는

방법 [10,11], 넷째, Photogate Timer System을 이용하여 마찰 시료의 가속도를 측정하고 이 측정값을 운동 방정식에 대입하여 운동 마찰 계수를 구하는 방법 등이 있다 [12]. 이 중 Force Sensor를 이용하는 첫째와 I-CA System을 이용하는 둘째 방법은 모두 디지털 측정기기를 사용하고 측정 데이터를 컴퓨터 분석 프로그램으로 처리하므로 데이터의 습득 과정과 처리에 있어서는 신뢰성이 높은 측정 방법이다. 그러나 첫째 장치는 마찰 시료가 일정한 속력으로 운동하도록 실험자가 직접 시료를 수평하게 잡아 당겨 운동시키는 데, 이는 실험자마다 그 기준이 달라 실험 조건의 일관성을 유지하기가 어렵다. 그러다 보니 기대와는 달리 측정값의 편차가 상당히 커서 수 십 번의 실험에서 몇 번 만이 유효하며 비슷한 값으로 측정된다. 그리고 둘째 장치는 마찰 시료의 운동을 동영상으로 촬영하여 데이터를 얻는 장치로, 이 데이터를 처리하는 컴퓨터 분석 프로그램이 마찰 시료의 위치를 제대로 인식하지 못하는 경우가 자주 발생하며, 마찰 시료에 작은 힘이 가해지는 낮은 경사도에서나 마찰 시료의 표면이 거친 경우에는 마찰 시료가 경사면 상에서 지그재그로 운동하기도 한다. 이러한 경우에는 측정 데이터가 무의미 하거나 측정 데이터로부터 계산되는 가속도의 신뢰도가 낮은 문제점이 발생한다. 이러한 이유들로 이 장치도 기대보다는 운동 마찰 계수 측정값의 편차가 크게 나타난다. 또한 이상의 두 장치는 상당히 고가이기 때문에 대부분의 고등학교와 대학에서 보유하는 것이 쉽지 않으며, 컴퓨터 분석 프로그램의 사용법을 익히는데 많은 시간과 이해가 요구되어, 고등학생은 물론 대학생조차 이를 사용하기에는 다소 어려움이 있다. 셋째 장치는 마찰실험대 외에는 측정기기를 사용하지 않는 점에서 운동 마찰 계수의 측정 방법이 단순하고 쉬운 장점이 있다. 그러나 첫째 장치와 마찬가지로 마찰 시료를 등속 운동시키며 실험하는데, 역시 등속 운동 여부를 온전히 실험자의 감에 의존하여 판단해야 하는 문제점이 있다. 이러한 등속 여부의 자의적 판단은 측정값에 크게 영향을 주어 운동 마찰 계수 측정값의 편차가 크고 신뢰도가 매우 낮다. 마지막으로 넷째 장치는 셋째 장치와 똑같은 장치이나 마찰 시료를 가속 운동시키고 이 가속도를 측정하기 위해서 Photogate Timer System을 사용하는 점에서 실험 방법이 다르다. 이 Photogate Timer System은 국내 대부분의 고등학교와 대학교에서 보유하고 있을 것으로 추정되어 비용 면에서 효율적이며, 기기의 측정 정확도가 상당히 우수하고 사용법도 쉬운 이점을 가진다. 그러나 가속도 측정을 위해서 마찰 시료에 장착된 플래그가 2개의 포토게이트(photogate)를 정확히 수직하게 지나야 하는데, 둘째 장치와 마찬가지로 정확한 직선 운동을 제어할 방법이 없다. 이에 측정 가속도가 2배나 큰 값으로 측정될 때가 있을 정도로 편차가 매우 크고 대부분 실제보다 큰 가

속도를 측정하여, 이 값을 이용하여 구한 운동 마찰 계수를 신뢰하기가 어렵다. 하지만, 직선 운동을 제어하지 못하는 문제점을 제외하면 넷째 실험 장치가 이 중 가장 효율적이며 쉬운 방법으로 실험을 수행할 수 있다고 판단된다.

마찰 계수 측정 실험에서는 각 시료에 대한 마찰 계수의 참값을 알 수 없다. 현재 산업화된 장치로는 필요로 하는 시료마다 마찰 계수를 측정할 수 없고, 실제 학생들의 실험 중에 시료의 표면 재질이 지속적으로 변할 수 있고, 실험 공간의 습도 등의 공기 여건에 따라서도 마찰 계수 측정값이 변할 수 있기 때문에 어떠한 시료에 대해 마찰 계수를 얼마로 정의하는 일은 곤란하다. 그래서 학생들의 실험에서는 일정한 실험 데이터(가속도)를 얻는 일이 무엇보다도 중요하다. 일정한 실험 데이터를 얻는 일로부터 본인들의 실험 데이터를 신뢰하게 되고 이를 바탕으로 시료의 재질에 따른 마찰 계수 비교, 정지 마찰 계수와 운동 마찰 계수의 크기 비교, 시료의 질량 변화에 따른 마찰 계수의 변화 유무 등을 실험할 수 있기 때문이다. 따라서 본 연구에서는 일정한 실험 데이터(가속도)를 얻는데 주안점을 두고 위의 넷째 장치를 개선하는 방안으로 새로운 마찰 계수 측정 실험 장치를 개발하였다. 새로 개발한 실험 장치는 직선 운동을 제어할 수 있는 방안으로 마찰실험대에 가이드 레일을 부착하였고, 어떠한 실험 상황에서도 마찰 시료가 마찰실험대 위에서 가이드 레일을 따라 직선 운동할 수 있도록 해주는 글라이더를 만들어 운동하는 마찰 시료의 가속도가 일정하고 정확하게 측정되도록 하였다. 그리고 마찰실험대에 경사를 변화시키며 하는 실험에서 어떠한 경사각에서도 경사각의 변화에 따라 포토게이트의 높이와 기울임을 재 조절할 필요가 없는 매우 편리한 포토게이트 스탠드와 지지대도 개발하였다. 또한, 마찰 시료를 글라이더에 탈 부착하는 방법을 사용하여 마찰 시료를 바꾸어 실험하거나 접촉 면적을 변화시켜 실험할 때에도 매우 일정한 조건을 유지하여 실험할 수 있도록 하였다. 이러한 접촉면의 특성에 따른 마찰력의 차이는 중학교 교육과정에 포함된 내용이며, 마찰력의 개념을 이해하는 데 중요하다 [1].

본 연구에서 개발한 장치를 이용한 운동 마찰 계수 측정 실험을 통해 학생들은 쉽고 정확하게 마찰 시료의 가속도를 측정함으로써 정확한 운동 마찰 계수와 운동 마찰력을 구할 수 있으며, 이 과정에서 운동 마찰력이 포함된 운동 방정식에 대한 이해도가 높아질 것으로 기대된다. 또한 그 결과 학생들은 이를 바탕으로 뉴턴의 운동 법칙에 대한 이해 수준도 향상될 것으로 기대된다.

II. 마찰 계수 실험 장치 제작

본 연구에서의 장치 개발의 방향은 마찰 시료가 어떠한 실험 상황에서도 마찰실험대 위를 직선으로 운동할 수 있게 하는 것이다. 이를 위해서 다음과 같은 순서로 실험 장치를 제작하였다. 첫째, 자유로이 경사를 줄 수 있으며 여러 역학 실험 상황을 구성할 수 있는 마찰실험대를 만들었다. 둘째, 이 마찰실험대 위에서 마찰 시료가 직선 운동을 할 수 있도록 마찰실험대에 가이드 레일을 부착하였다. 셋째, 이 가이드 레일을 따라 마찰 시료를 직선 운동시키면서도 이 가이드 레일과 마찰 시료의 마찰이 매우 작도록 베어링을 장착한 글라이더를 제작하였다. 넷째, 마찰실험대의 경사각에 변화를 주는 실험에서 경사각에 따른 포토게이트의 설치와 조절이 편리하도록 포토게이트 스탠드와 지지대를 만들었다. 다섯째, 글라이더에 마찰 시료를 쉽게 탈 부착할 수 있는 시스템으로 벨크로 테이프를 붙인 마찰 시료를 제작하였다. 실험 장치의 제작 방법을 다음에 설명하였다.

1. 마찰실험대 제작

면적 800 mm × 140 mm, 두께 18 mm의 나무판을 상판으로 하고, 면적 910 mm × 150 mm, 두께 18 mm의 나무판을 하판으로 하여 상판의 한쪽 끝 지점과 하판의 한쪽 끝에서 55 mm 되는 지점을 경첩을 이용하여 연결한다. 그리고 경첩 지점이 각도기의 원점이 되고 상판의 바닥이 각도기의 0°와 일치하도록 대형 각도기를 하판에 부착한다 (Figs. 1, 2). 마찰실험대를 800 mm의 다소 긴 길이로 제작한 것은 마찰실험대에 설치할 두 포토게이트의 간격을 다양하게 하고, 글라이더가 첫 번째 포토게이트를 지나기 전에 충분한 거리를 운동할 수 있도록 하기 위한 것이다. 이 길이가 글라이더를 놓아 운동시킬 때 초기에 나타나는 흔들림과 같은 원치 않는 움직임 등이 첫 번째 포토게이트를 지나기 전에 제거될 수 있는 적당한 길이이다. 또한, 마찰실험대의 하판이 상판보다 양쪽으로 각각 55 mm 정도 더 나오도록 크게 만들었는데, 이 공간에 각각 도르래를 장착할 수 있어 도르래를 장착한 실험을 할 수 있다. 기존의 마찰 실험 장치들은 상판을 들어 올릴 때 올라가는 한쪽 끝에만 도르래를 장착할 수 있는데 반해, 본 연구에서 제작한 이 마찰실험대는 상판에 1개, 하판에 2개 총 3군데에 도르래를 장착할 수 있어 여러 상황을 실험할 수 있는 이점이 있다. 또한, 기존의 상판에만 도르래를 장착하는 실험 장치는 상판을 수평하게 한 상태로 운동 마찰 계수를 측정하는 실험에서는, 마찰실험대 위의 마찰 시료가 경사면을 따라 내려오는 정지 마찰 계수 실험과는 반대 방향으로 운동하게 되어 마찰 시료와

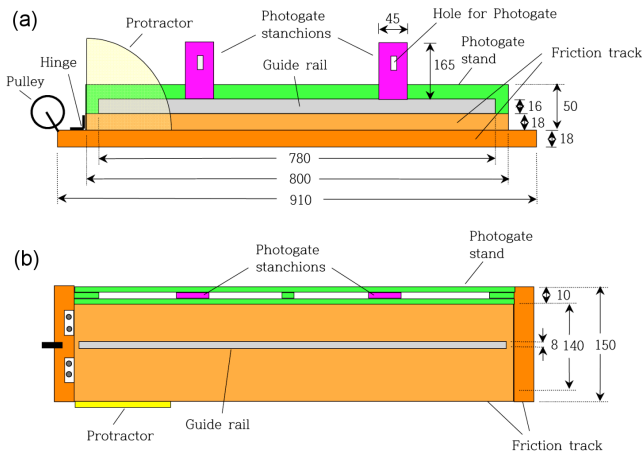


Fig. 1. (Color online) (a) side view and (b) top view of design drawing of experimental apparatus for friction. The unit of length is millimeter (mm).

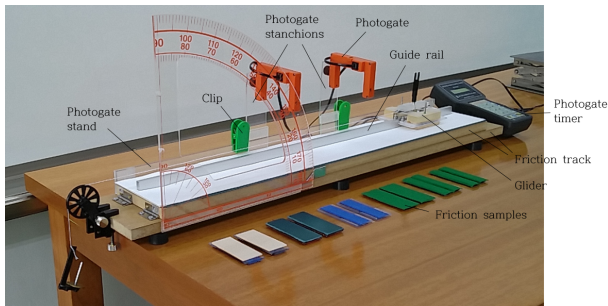


Fig. 2. (Color online) Experimental apparatus for measurement of the coefficient of friction.

마찰실험대의 접촉면의 상태가 다른 상태로 실험하게 된다. 이는 운동 마찰 계수 측정에서 상당한 오차를 낳게 하는 요인이 된다. 물론, 마찰실험대와 마찰 시료를 이론적인 상황에 부합하게 표면이 변화하지 않는 매우 딱딱한 재료로 제작한다면 마찰 시료의 운동 방향은 문제가 되지 않지만, 일반적으로 사용하는 나무판, 고무판, 종이 등의 재료는 마찰 시료의 운동 방향에 따라 표면이 변화하게 되므로, 마찰실험대 위에서 마찰 시료의 운동 방향을 바꾸게 되면 의도치 않은 실험 결과를 얻게 된다. 그러나 본 연구에서 제작한 장치는 상판과 하판이 만나는 경첩 쪽에 도르래를 장치할 수 있어 경사면 실험이나 수평면 실험 모두 마찰 시료를 한 방향으로 운동할 수 있게 해주는 이점이 있다.

2. 가이드 레일의 부착

가이드 레일은 8 mm × 16 mm × 778 mm 크기의 알루미늄 막대를 anodizing 처리하여 그 표면을 매우 매끄럽게 하였으며, 이를 마찰실험대 상판의 중앙에 세로를 따라 폭

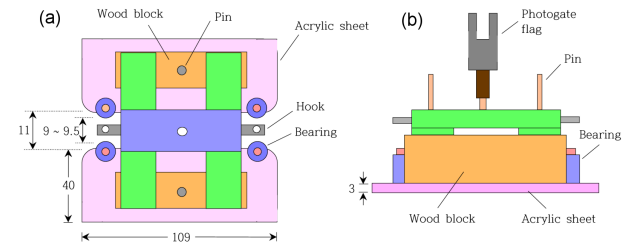


Fig. 3. (Color online) (a) Top view and (b) side view of design drawing of glider. The unit of length is millimeter (mm).

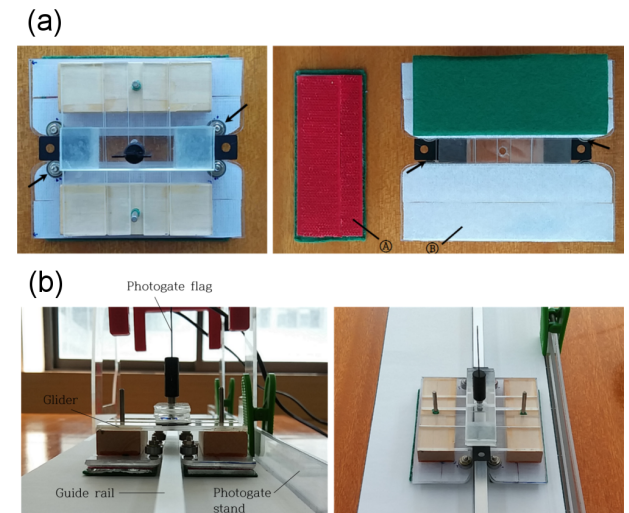


Fig. 4. (Color online) (a) Top view (left) and bottom view (right) of glider. Each arrow indicates a bearing, and the letter A and B indicate velcro tapes. (b) The glider is placed on the guide rail of the friction track.

8 mm, 높이 16 mm가 되도록 부착하였다 (Figs. 1, 2). 이 가이드 레일은 마찰 시료를 부착한 글라이더가 마찰실험대에서 정확히 직선 운동을 할 수 있게 해주는 장치로, 이 장치를 통해 매 실험마다 글라이더의 일정한 운동을 만들 수 있으며, 이를 통해 일정하고 정확한 가속도 측정값을 얻을 수 있다.

3. 글라이더 제작

글라이더는 마찰실험대 위에서 가이드 레일을 따라 마찰 시료가 직선 운동을 할 수 있도록 만든 장치이다. 면적 40 mm × 109 mm, 두께 3 mm의 아크릴판 2개를 두 판의 간격이 11 mm가 되도록 평행하게 배열하고, 그 위에 각각 나무토막을 얹어 고정시킨 후 두 나무토막의 상단을 적당한 길이의 연결핀으로 연결한다. 그리고 두 아크릴판 사이에는 각 판에 2개씩 앞쪽과 뒤쪽에 서로 마주보도록 총 4개의

금속 베어링을 장착한다 (Figs. 3, 4). 이때, 각 판에 장착한 마주보는 베어링은 그 사이가 9 ~ 9.5 mm가 되게 한다. 이렇게 각 판에 장착한 베어링 사이가 9 ~ 9.5 mm가 되도록 하면, 마찰실험대 위에 부착한 폭 8 mm의 가이드 레일과는 1 ~ 1.5 mm의 유격이 생기게 된다. 이 유격은 가이드 레일과 글라이더 베어링 사이의 마찰이 작고, 글라이더가 운동하여 포토게이트를 지날 때 글라이더 상단에 장착한 U자형 플래그의 흔들림이 미세하여 가속도 측정의 편차를 줄일 수 있는 간격이다 (Figs. 3, 4). 글라이더의 상단 중앙에는 포토게이트를 지날 때 그 운동을 인식할 수 있는 U자형 플래그를 장착할 구멍을 내고, 이 구멍의 양 옆에는 핀을 수직으로 꽂아 글라이더에 질량 추를 얹어 글라이더의 질량 변화를 줄 수 있게 한다. 그리고 글라이더의 바닥, 즉 두 개의 아크릴판 아래에는 벨크로 테잎의 걸림고리가 있는 면을 부착하여, 이 벨크로 테잎 면에 여러 마찰 시료를 탈 부착할 수 있게 한다 (Fig. 4(a)).

4. 포토게이트 스탠드 (Stand) 와 지지대 (Stanchions) 제작

포토게이트 스탠드 (Stand)는 글라이더 위의 U자형 플래그가 포토게이트의 광센서 높이를 수직하게 지나도록 높이와 기울기를 조절할 수 있는 포토게이트 지지대 (Stanchions)를 세우는 세움대이다. 기존의 포토게이트 스탠드는 마찰 실험대의 경사각을 바꾸어가며 하는 실험에서 경사각을 바꿀 때마다 스탠드에 장치한 포토게이트의 높이와 각도를 조절해야 하는 번거로움이 있고, 스탠드의 정확한 배치가 이루어지지 않았을 때는 정확한 가속도 측정값을 얻을 수 없다. 또한, 스탠드 길이가 제한되어 있어 마찰실험대를 큰 각도로 세워 실험하는 경우에는 실험하기에 충분한 높이로 포토게이트를 세울 수가 없는 문제점이 있다. 이에 본 연구에서는 길이 800 mm, 높이 50 mm, 두께 3 mm의 아크릴판 2장을 3 mm 간격으로 배열하여 마찰실험대의 옆면에 부착하는 방법으로 새로운 방식의 포토게이트 스탠드를 개발하였다 (Figs. 1, 5). 그리고 가로 45 mm, 세로 165 mm, 두께 3 mm 크기의 아크릴판을 포토게이트 지지대로 하여 포토게이트 스탠드의 두 아크릴판 사이의 간격 3 mm의 홈에 끼워 넣어 마찰실험대의 옆면을 따라 이 포토게이트 지지대가 자유로이 움직이게 하였다 (Fig. 5). 그리고 포토게이트 지지대에는 20 mm 정도의 홈을 높이를 따라 내어 여기에 포토게이트를 부착하고 높이를 조절할 수 있게 하였다 (Fig. 5). 이러한 포토게이트 스탠드와 지지대는 마찰실험대의 각도 변화를 주는 실험에서 마찰실험대의 상판과 함께 움직이므로 실험대의 기울기를 변화시킬 때에도 포토게이트의 배치를 재 조절할 필요가 없어 편리하고 또 정확한 가속도의 측정을 가능케 한다.

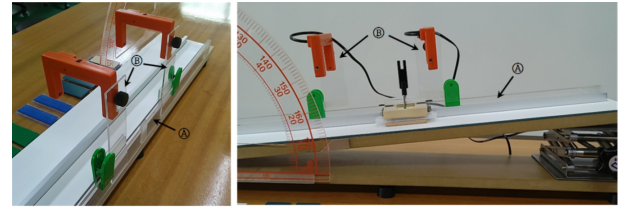


Fig. 5. (Color online) Photogate stand (A) and stanchions (B).

5. 마찰 시료의 제작

나무판, 고무판, 우드보드 등의 시료를 약 35 mm × 90 mm 크기의 직사각형 모양으로 잘라 한 면에 벨크로 테잎의 걸고리 면을 부착한다 (Figs. 2, 4(a)). 일부 시료는 글라이더의 2개의 아크릴판 바닥에 각각 2개씩 장착할 수 있도록 총 4개의 시료를 약 17 mm × 90 mm 크기의 직사각형 모양으로 준비한다. 이렇게 하나의 아크릴판 바닥에 2개를 장착하는 시료는 2개를 모두 붙여서 실험하는 경우와 하나를 떼어 하나만 부착해서 실험하는 경우로 하여 마찰 시료의 접촉 면적의 크기 변화를 주는 실험을 하는데 사용한다. 이때, 각 아크릴판 바닥에서 떼어 낸 2개의 마찰 시료는 글라이더의 상단에 올려놓을 수 있어 접촉 면적의 변화 실험에서 글라이더의 질량을 변화 없이 일정하게 유지할 수 있다.

III. 실험 방법

새로 개발한 마찰 실험 장치로 마찰 계수 측정 실험을 하기 위해서 매끄러운나 딱딱한 나무 소재의 시료와 거친나 연한 우드보드 소재의 시료를 마찰 시료로 사용하였다. 그리고 이 마찰 시료와 접촉하는 면으로 실험 시간에 여러 학생들이 반복하여 실험할 때를 고려하여 교체가 쉽고 표면 상태가 고른 실험 소재로 도화지가 적합하다고 판단되어 이를 사용하였다. 다음의 실험 과정 (1) ~ (6)은 마찰 시료와 도화지 사이의 정지 마찰 계수와 운동 마찰 계수를 측정하는 실험 과정을 단계별로 설명한 것이다. 특별히, 운동 마찰 계수는 마찰 시료를 경사면에서 운동시키는 경우와 수평면 상에서 실로 연결하여 질량 추를 달아 운동시키는 두 경우에 대해 실험하였다. 이러한 두 경우의 운동이 물리 II와 일반물리 과정의 뉴턴의 운동 제 2법칙의 응용에 있어서 가장 많이 묘사되는 운동이라서 교육적 효과를 고려하여 이를 실험으로 선택하였다.

본 연구의 마찰 실험 장치 개발의 핵심 요지는 마찰 시료로서의 글라이더가 마찰실험대 위에서 직진 운동을 하게

하는 것이다. 그리고 이를 위해서 가이드 레일과 베어링을 단 글라이더를 개발하였다. 그러나 글라이더의 운동 중에 글라이더의 베어링과 가이드 레일 간의 충돌에 의한 마찰은 불가피한 사항이다. 그래서 실험 과정 (7)의 추가 실험을 통해서 마찰 계수 측정 실험과는 별도로 글라이더의 베어링과 가이드 레일 간의 충돌에 의한 감속이 어느 정도인지를 정량적으로 분석하고, 가이드 레일을 사용하는 경우와 사용하지 않는 경우의 비교를 통해 가이드 레일의 효과를 확인해 보았다.

(1) 마찰실험대의 상판에 흰 도화지를 씌운다.

(2) 수준기를 이용하여 마찰실험대가 수평하게 놓이도록 조절한다.

(3) 정지 마찰 계수를 측정한다.

① 마찰실험대의 상판을 들어 올리고 그 밑에 서포트잭을 놓는다.

② 글라이더의 바닥에 매끄러운나 딱딱한 나무 소재의 시료를 붙이고 마찰실험대의 가이드 레일에 끼워 올려놓는다.

③ 정지 마찰 계수를 측정한다. 서포트잭의 높이 조절 나사를 천천히 돌려 마찰실험대의 상판을 천천히 들어 올리며 글라이더가 미끄러지기 시작하는 각도 θ_s 를 측정한다. 그리고 이 각을 식 (1)에 대입하여 정지 마찰 계수 μ_s 를 구한다. 이하 모든 실험은 14회 수행한다.

$$\mu_s = \tan \theta_s \quad (1)$$

(4) 마찰 시료를 경사면에서 운동시키는 방법으로 운동 마찰 계수를 측정한다.

① Fig. 5 (right)와 같이 포토게이트 2개를 각각 포토게이트 지지대를 이용하여 40 cm 정도의 적당한 간격으로 포토게이트 스탠드에 설치하고 연결 잭을 이용하여 두 포토게이트를 포토게이트 타이머에 연결한다. 그리고 포토게이트 타이머는 'Accel -> Two Gates' 모드로 하여 평균 가속도 측정을 준비한다.

② 서포트잭을 이용하여 마찰실험대의 상판의 경사각이 15°가 되게 하고 글라이더를 가이드 레일에 끼워 올려놓은 후 잡고 있다가 놓아 글라이더를 가속 운동시키며 가속도를 측정한다. 그리고 이 가속도의 측정값 a 와 마찰실험대 상판의 경사각 θ , 중력가속도 g 를 식 (2)에 대입하여 운동 마찰 계수 μ_k 를 구한다. $g = 979.94 \text{ cm/s}^2$ 이다.

$$\mu_k = \tan \theta - \frac{a}{g \cos \theta} \quad (2)$$

③ 마찰실험대 상판의 경사각을 17°에서 25°까지 2°씩 크게 하여 경사각의 변화를 주어가며 과정 ②를 수행한다.

(5) 마찰 시료를 수평면 상에서 실로 연결하여 질량 추를 달아 운동시키는 방법으로 운동 마찰 계수를 측정한다.

① Fig. 2와 같이 서포트잭을 제거하고 마찰실험대 상판을 수평하게 놓고 경첩 쪽의 마찰실험대 하판에 도르래를 설치한다.

② 글라이더와 추걸이에 달 적당량의 질량 추를 선택 (추걸이 포함)하여 각각 저울에 달아 질량을 측정하고 이를 m, M 이라 기록한다.

③ 글라이더와 질량 추를 단 추걸이를 실로 연결하여 도르래에 걸쳐 놓는다.

④ 글라이더를 가이드 레일에 끼워 올려놓은 후 잡고 있다가 놓아 글라이더를 가속 운동시키며 가속도를 측정한다. 그리고 이 가속도의 측정값 a 와 과정 ②의 질량 측정값, 중력가속도 g 를 식 (3)에 대입하여 운동 마찰 계수 μ_k 를 구한다.

$$\mu_k = \frac{Mg - (m + M)a}{mg} \quad (3)$$

⑤ 과정 ②의 글라이더의 질량 m 과 질량 추의 질량 (추걸이 포함) M 을 바꿔가며 과정 ④를 수행한다.

(6) 글라이더 바닥의 나무 소재 시료를 제거하고 거치나 연한 우드보드 소재의 시료를 붙이고 이상의 과정 (3) ~ (5)를 다시 수행한다. 단, 경사각은 글라이더가 충분히 가속되도록 적당한 각을 선택하여 실험한다.

(7) 다음의 추가 실험을 한다.

① 추가 실험 1: 글라이더의 베어링과 가이드 레일 간의 충돌에 의한 감속의 크기를 확인한다. 이를 위해서 Fig. 2의 마찰 계수 측정 장치와 거의 유사하나 상판이 공기를 뿜어내어 이 실험대 위에서 마찰 없이 운동할 수 있는 무마찰 실험 장치를 구성하고 경사각 θ 의 경사면에서의 글라이더의 가속도를 측정한다. 그리고 이 가속도를 실험값 a_{exp} 라고 하고, 가속도의 이론값

$$a_{th} = g \sin \theta \quad (4)$$

와 비교하여 본다. 여러 크기의 가속도를 고려하여 8°, 10°, 14°의 3개의 각도에 대해 실험한다.

② 추가 실험 2: 가이드 레일의 사용에 따른 효과를 확인한다. 이를 위해서 마찰실험대에 가이드 레일을 부착한 경우와 가이드 레일을 제거한 두 가지 경우에 대해서 글라이더 밑면에 부착하는 마찰 시료를 고무판 시료로 하여 과정 (4)와 같은 방법으로 24°의 경사각에서 운동 마찰 계수를 측정하고 비교해 본다.

IV. 실험 결과

‘III. 실험 방법’의 실험 과정 (1) ~ (6)을 통해서 얻은 매끄러운나 딱딱한 나무 소재의 마찰 시료와 거치나 연한

Table 1. Coefficients of static (μ_s) and kinetic (μ_k) friction of a smooth and firm wood sample (14 experiments). $\bar{\theta}_s$ and σ_{θ_s} are referred to the average of critical angle θ_s , and its standard deviation, respectively. θ is the angle of inclination of the friction track. M and m denote the mass of masses and glider, respectively. $\bar{a}$ and σ_a indicate the average and the standard deviation of measured acceleration a , respectively.

	Critical angle, θ_s		μ_s	θ (°) / M and m (g)	Acceleration, a		μ_k
	$\bar{\theta}_s$ (°)	σ_{θ_s}			$\bar{a}$ (cm/s ²)	σ_a	
Measurement of coefficient of static friction	20.7	0.680	0.378				
Measurement of coefficient of kinetic friction				15.0	61.6	0.728	0.203
				17.0	95.9	1.36	0.203
				19.0	129.9	1.196	0.204
				21.0	163.5	2.283	0.205
				23.0	192.6	3.165	0.211
				25.0	227.2	4.605	0.210
				$M=35.80, m=131.0$	54.6	0.768	0.202
				$M=55.17, m=131.0$	148.2	2.116	0.2062
				$M=75.28, m=131.0$	226.1	6.159	0.2113
				$M=80.56, m=230.16$	109.0	1.152	0.1998
				Average			0.206

Table 2. Coefficients of static (μ_s) and kinetic (μ_k) friction of an uneven and soft wood board sample (14 experiments). $\bar{\theta}_s$ and σ_{θ_s} are referred to the average of critical angle θ_s , and its standard deviation, respectively. θ is the angle of inclination of the friction track. M and m denote the mass of masses and glider, respectively. $\bar{a}$ and σ_a indicate the average and the standard deviation of measured acceleration a , respectively.

	Critical angle, θ_s		μ_s	θ (°) / M and m (g)	Acceleration, a		μ_k
	$\bar{\theta}_s$ (°)	σ_{θ_s}			$\bar{a}$ (cm/s ²)	σ_a	
Measurement of coefficient of static friction	21.3	0.945	0.390				
Measurement of coefficient of kinetic friction				24.0	84.8	2.27	0.350
				26.0	120.4	1.900	0.351
				28.0	157.2	1.579	0.350
				30.0	190.6	1.930	0.353
				32.0	223.6	3.848	0.356
				$M=55.08, m=131.0$	56.2	1.09	0.339
				$M=70.39, m=131.0$	121.9	2.630	0.3462
				$M=85.38, m=131.0$	178.6	3.327	0.3508
				$M=100.61, m=131.0$	229.0	4.710	0.3549
				$M=125.44, m=230.25$	138.3	2.504	0.3267
				Average			0.348

우드보드 소재의 마찰 시료에 대한 정지 마찰 계수와 운동 마찰 계수를 각각 Table 1과 2에 실었다. Table 1에 보이는 것과 같이 매끄러운나 딱딱한 나무 소재의 마찰 시료와 도화지 사이의 정지 마찰 계수는 0.378, 운동 마찰 계수는 평균 0.206으로 측정되었다. 그리고 Table 2에서와 같이 거치나 연한 우드보드 소재의 마찰 시료와 도화지 사이의 경우는 정지 마찰 계수가 0.390, 운동 마찰 계수는 평균 0.348로

측정되었다. 두 마찰 시료가 재질은 전혀 다르나 정지 마찰 계수는 비슷하였고 운동 마찰 계수는 상당한 크기의 차이를 보였다. 그러나 가속도 측정값으로 구한 운동 마찰 계수는 두 시료 실험 모두 경사각과 질량을 달리한 10회의 실험에서 실험 조건에 상관없이 거의 비슷한 값으로 측정되어졌음을 볼 수 있다. 이 밖에 실험 결과의 주요 특징을 살펴보면 다음과 같다. 첫째, 가속도의 측정값은 표준 편차가 너무

Table 3. Acceleration is measured 14 times for an uneven and soft wood board sample at the angle of inclination, 28° . $\bar{a}$ is the average of measured acceleration a , and σ_a denotes its standard deviation.

No.	a (cm/s ²)	No.	a (cm/s ²)
1	155.9	8	154.6
2	155.0	9	158.0
3	159.0	10	159.6
4	155.8	11	157.6
5	157.4	12	158.2
6	158.9	13	158.0
7	155.6	14	157.7
$\bar{a}$ (cm/s ²)	157.2	σ_a	1.579

시료의 경우 0.728 ~ 6.159, 우드보드 시료의 경우 1.09 ~ 4.710으로 일반물리실험 수준의 마찰 계수 측정 실험에서는 충분히 신뢰할 수 있을 정도의 작은 편차로 측정되었다. 특히, 작은 크기 영역의 가속도 측정에서는 대체적으로 1.0 근방의 작은 편차를 보여 가속도가 상당히 일정한 값으로 측정되었다. Table 3는 거치나 연한 우드보드 소재 시료의 운동 마찰 계수 측정 실험에서 28° 의 경사각을 주었을 때의 글라이더의 가속도 측정값을 기록한 것인데, 가속도 측정값이 최소 154.6 cm/s²에서 최대 159.6 cm/s²의 상당히 작은 차이의 범위 내에서 고르게 측정되었음을 볼 수 있다. 이와 같은 실험 결과는 가이드 레일과 베어링을 단 글라이더가 만들어 내는 직선 운동 효과에 의한 것으로, 이러한 고른 가속도의 측정을 통해 실험 결과를 신뢰할 수 있을 것으로 생각한다.

둘째, 두 마찰 시료 실험 모두 운동 마찰 계수 측정 실험에서 경사를 크게 하고 추질이에 단 질량을 크게 하여 글라이더의 가속도가 커짐에 따라 가속도의 편차가 조금씩 커지는 경향이 나타났다. 이의 주된 원인은 큰 속력에서는 글라이더의 베어링과 가이드 레일 간의 충돌이 강하게 일어나 이에 의한 감속 효과가 느린 속력의 운동에서보다 더 크게 나타나고 불규칙적인데 따른 것으로 생각된다. 또한, 글라이더와 가이드 레일 사이의 유격이 1 ~ 1.5 mm로 작기는 하지만 큰 속력의 운동에서는 포토게이트를 지나는 글라이더 상단의 플레그가 조금만 흔들려도 포토게이트 타이머가 이를 큰 차이로 측정하는데 따른 원인도 기여한 것으로 생각된다. 셋째, 이론적으로 운동 마찰 계수는 시료의 가속도와 무관하게 동일한 값을 가져야 하나, 두 마찰 시료 모두 측정되는 가속도가 커짐에 따라 운동 마찰 계수의 측정값이 커지는 경향이 나타났다. 이를 가속도의 영역대로 나누어 살펴보면, 두 마찰 시료 모두 약 160 cm/s² 이하의 가속도 영역에서는 가속도가 커짐에 따라 운동 마찰 계수의 측정값이 조금씩 커지는 경향이 있기는 하나 그 차이가 작아 대체적으로 실험 조건(경사각, 글라이더와 추의 질량)

에 상관없이 비슷한 운동 마찰 계수로 측정되는 데 반해, 가속도가 190 cm/s² 이상에서는 운동 마찰 계수가 평균값보다 0.005 ~ 0.008 정도 다소 크게 측정되었다. 이렇게 운동 마찰 계수가 시료의 가속도에 의존하는 현상은 더 큰 가속도에서 글라이더의 속력이 빨라짐에 따라 글라이더가 더 큰 공기 저항력을 받고, 글라이더의 베어링과 가이드 레일과의 충돌이 강하게 일어나고, 베어링의 빠른 회전에 따른 에너지의 전환 등에 의해 가속도가 이론 상황보다 작게 측정되어지는 데 따른 것으로 생각된다. 이렇게 가속도가 작아지면 식 (2)와 (3)에 의해 구해지는 운동 마찰 계수는 커지게 되기 때문이다. 만일, 본 연구의 장치를 학생들의 실험 수업에 사용하게 된다면, 본 연구에서의 실험 결과에서의 약 160 cm/s² 이하의 가속도 영역처럼 마찰 시료에 따라 안정된 실험 결과를 산출하는 가속도 영역을 학생들에게 실험 정보로 제시해 주는 것도 좋을 것으로 생각된다. 넷째, 두 마찰 시료 실험 모두 글라이더에 질량 추를 얹어 마찰 시료(글라이더)의 질량을 크게 한 실험에서 운동 마찰 계수가 작게 측정되었는데, 이는 글라이더의 질량 증가에 따라 글라이더가 도화지를 누르는 힘이 증가하고 이에 따라 무른 도화지 표면에 변화가 생긴 것으로 생각된다. 이론적으로는 마찰 계수는 물체의 하중에 무관하나, 이 경우는 물체의 하중의 증가 때문에 접촉면의 표면이 이전보다 매끄럽게 변형되어 운동 마찰 계수가 조금 작아진 것으로 추정된다.

이어, 'III. 실험 방법'의 실험 과정 (7)의 추가 실험의 결과는 다음과 같다. 먼저, 글라이더의 베어링과 가이드 레일 간의 충돌에 의한 감속의 크기를 확인한 추가 실험 1의 결과는 Table 4에 실었다. Table 4에서 보이는 것과 같이 무마찰 트랙에서의 가속도의 실험값 a_{exp} 는 1.598 ~ 2.223% 오차 범위 내에서 가속도의 이론값 a_{th} 보다 모두 작은 값으로 측정되었다. 이러한 결과는 글라이더의 베어링이 가이드 레일과 충돌하여 글라이더가 감속됨에 따른 결과로 보인다. 그리고 측정 가속도의 표준 편차와 이론값과의 오차는 가속도가 클수록 커지는 경향이 보이는데, 이

Table 4. Comparison of measured and theoretical accelerations of a rubber plate sample sliding down on a frictionless inclined plane. $\bar{a}_{exp}$ is the average of measured acceleration a_{exp} , $\sigma_{a_{exp}}$ indicates its standard deviation, and a_{th} denotes the theoretical acceleration. Δ (%) is the percentage difference between theoretical (a_{th}) and experimental ($\bar{a}_{exp}$) acceleration.

Angle of inclination θ ($^\circ$)	$\bar{a}_{exp}$ (cm/s ²)	$\sigma_{a_{exp}}$	a_{th} (cm/s ²)	Δ (%)
8.0	134.2	2.853	136.38	1.598
10.0	167.0	3.765	170.16	1.857
14.0	231.8	4.322	237.07	2.223

Table 5. Measured coefficients of kinetic friction (μ_k) for a rubber plate sample at the angle of 24° without and with guide rail, respectively. $\bar{a}$ is the average of measured acceleration a , and σ_a denotes its standard deviation.

	$\bar{a}$ (cm/s ²)	σ_a	μ_k
Without guide rail	148.8	9.633	0.279
With guide rail	146.2	2.325	0.282

역시 글라이더의 빠른 속력의 운동에서 베어링과 가이드 레일 간의 조금 더 강한 충돌이 글라이더의 감속을 더 크게 하는데 따른 것으로 보인다. 한편, 이러한 오차에 해당하는 가속도의 크기는 2.18 ~ 5.27 cm/s² 인데, 이 가속도를 우드보드 시료의 운동 마찰 계수 측정 실험 중 가속도가 약 130 cm/s² 과 230 cm/s² 대에 해당하는 경사각 26°, 28°, 32° 의 실험값에 대입하여 운동 마찰 계수에 미치는 영향을 살펴보면, 이 2.18 ~ 5.27 cm/s² 의 가속도가 운동 마찰 계수를 약 0.71 ~ 1.8% 크게 산출되도록 하는 영향을 미친다. 그런데, 글라이더가 공기 중을 운동하는 데 따른 공기 저항과 무마찰 트랙에서 내뿜는 빠른 속력의 바람이 만드는 난류에 의한 저항 효과도 글라이더의 감속을 일으킬 수 있는 점을 감안하면, 실제 글라이더의 베어링과 가이드 레일 간의 충돌에 따른 감속 효과가 운동 마찰 계수에 미치는 영향은 0.71 ~ 1.8%의 오차보다는 작게 나타날 것이다. 물론, 실험에서 이 정도의 오차를 작다고 단정 지을 수는 없겠지만, 일반물리실험 수준의 실험에서 발생할 수 있는 여러 오차 요인을 감안하고, 베어링을 단 글라이더와 가이드 레일이 작은 편차의 가속도를 만들어 내는 이점을 감안하면 충분히 감수할 수 있는 오차 정도로 판단된다.

다음으로 가이드 레일의 유무에 따른 효과를 확인하는 추가 실험 2의 결과는 Table 5에 실었다. 실험 결과를 보면 가속도의 평균값이나 운동 마찰 계수는 가이드 레일의 유무에 상관없이 비슷한 값으로 측정되었다. 그러나 가속도의 표준 편차는 가이드 레일 없이 실험한 경우가 가이드 레일을 이용한 경우보다 훨씬 크게 나타났다. 표에는 신지 않았으나 실제 측정한 값을 살펴보면, 가이드 레일 없이 실험한 경우의 가속도는 133.9 ~ 169.8 cm/s² 범위에서 측정되어 최저와 최고 가속도의 차이가 35.9 cm/s² 의 상당히 큰 편차를 보였다. 반면에, 가이드 레일을 이용한 경우는 가속도가 140.4

~ 149.9 cm/s² 범위에서 측정되어 최저와 최고 가속도의 차이가 9.5 cm/s² 로 상대적으로 작은 편차를 보였다. 이와 같은 비교로써 가이드 레일을 이용하여 가속도를 측정하는 방법이 편차가 작아 신뢰성이 높은 데이터를 얻을 수 있는 방법임을 보인 것으로 판단된다. 한편, 가이드 레일 없이 실험한 경우에 있어서는 글라이더가 지그재그로 운동하여 터무니없는 가속도로 측정되거나 곡선 운동을 하여 트랙을 벗어나는 경우도 발생하여 아예 가속도가 측정되지 않는 경우도 종종 발생하였다. 이러한 점은 마찰 시료와 마찰 실험대의 상판의 면이 거칠거나 변형이 되는 경우 더욱 빈번히 발생하는데, 이러한 경우는 실험이 불가능할 수도 있다는 점에서 이 실험 방법은 문제점이 적지 않다고 생각된다.

V. 결론

본 연구에서는 기존의 포토게이트를 사용하는 마찰 실험 장치를 개선한 마찰실험대에 마찰 시료의 운동을 직선으로 제어할 수 있는 가이드 레일을 부착하였다. 그리고 마찰실험대 위에서 마찰 시료가 가이드 레일을 따라 운동할 수 있도록 베어링을 장착한 글라이더를 개발하였다. 또한 마찰실험대의 경사각을 변화시켜도 가속도 측정을 위해 포토게이트의 높이와 기울임의 재 조절이 필요 없는 편리한 포토게이트 스탠드와 지지대를 개발하였으며, 벨크로 테잎을 이용해 마찰 시료를 글라이더에 쉽게 탈 부착할 수 있는 방법을 개발해 다양한 시료를 실험에 이용할 수 있도록 하였다. 본 연구를 통한 실험 중 가이드 레일과 글라이더의 베어링 사이에 나타나는 원치 않는 마찰이 비록 상당히 작기는 하지만 이를 완전히 없애지 못한 점에서는 다소 아쉬운 점이 있다. 그러나 새로 개발한 실험 장치를 이용한 운동

마찰 계수 측정 실험에서 매 실험 회마다 가속도가 상당히 고르고 일관되게 측정되는 점과 실험 조건을 달리한 여러 실험에서 운동 마찰 계수가 상당히 비슷하게 측정되는 점을 통해 본 실험 장치가 마찰 계수 실험 장치로 매우 우수함을 증명하였다고 생각한다. 또한, 기존의 여느 실험 장치에 비해 실험 방법과 장치의 사용이 쉬운 점도 실험을 하는 학생들에게는 보다 더 실험에 몰입할 수 있는 긍정적인 효과를 줄 것으로 생각된다. 그 밖에도 본 마찰 실험 장치는 대부분의 대학교와 고등학교 물리 실험실에서 보유하고 있는 포토게이트 타이머 시스템을 활용하여 실험의 비용 면에서도 상당한 이점이 있다. 그간 기존의 마찰 실험 장치의 어려운 사용법과 측정값의 부정확성 때문에 마찰 계수 측정 실험의 편성이 어려웠으나, 본 연구에서 개발한 마찰 실험 장치를 이용하여 마찰 계수 측정 실험을 쉽고 정확하게 하게 된다면 학생들은 마찰 계수와 마찰력, 그리고 뉴턴의 운동 법칙의 응용에 있어서 보다 더 쉽고 정확한 이해를 얻을 수 있을 것으로 기대된다. 그리고 이러한 마찰 계수 측정 실험은 고등학교 물리II 과정과 대학교 1학년 일반물리실험 과정에서 2시간 정도로 편성하여 실험하면 적절할 것으로 생각된다. 끝으로, 현재 가이드 레일과 글라이더의 베어링 사이의 마찰을 더욱 줄일 수 있는 방법으로 가이드 레일의 소재와 베어링의 소재, 그리고 가이드 레일과 글라이더의 베어링 사이의 유격 등에 관해 연구 중에 있으며, 본 연구에서 개발한 실험 시스템은 다른 역학 실험 장치에도 적용시킬 수 있을 것으로 기대된다.

REFERENCES

- [1] Ministry of Education, *Science and Technology, Revised 2009 National Science Curriculum* (Ministry of Education, 2011).
- [2] J. Walker, D. Halliday and R. Resnick, *Principles of Physics*, 10th ed. (John Wiley & Sons, S Singapore Pte. Ltd, 2014), Chap. 6, pp. 106-112.
- [3] J. W. Jewett, Jr. and R. A. Serway, *Modern Physics*, 8th ed. (Cengage Learning Korea Ltd, 2013), Chap. 5, pp. 101-105.
- [4] A. Giambattista, B. Richardson and R. Richardson, *College Physics*, 2nd ed. (McGraw-Hill Korea Inc, 2008), Chap. 5, pp. 50-56.
- [5] K. J. Lee and S. J. Yun, *J. Sci. Educ.* **24**, 1 (1999).
- [6] Yonsei University, <http://phylab.yonsei.ac.kr/board.php?board=guide&command=body&no=61> (accessed Apr. 16, 2016).
- [7] PASCO, <https://www.pasco.com/prodCompare/sliding-friction-experiment/index.cfm> (accessed Apr. 13, 2016).
- [8] Korea University, http://inphy.korea.ac.kr/inphy/Student_GenPhyLab_Manual/157409 (accessed Apr. 16, 2016).
- [9] Seoul Scientific Instruments Com., <http://www.physicspro.co.kr/> (accessed Apr. 13, 2016).
- [10] Se Gye Scientific Co., Ltd, [http://www.sgs.co.kr/main.html?tm=product&md=product_detail&cc=100102 &gc=GD00000027](http://www.sgs.co.kr/main.html?tm=product&md=product_detail&cc=100102&gc=GD00000027) (accessed Apr., 13, 2016).
- [11] Kongju National University, <http://heebok.kongju.ac.kr/experiment/dynamics/fm4.html> (accessed Apr., 13, 2016).
- [12] H. J. Nam, *Physics Experiment*, 1st ed. (Bookshell, Seoul, 2015), Chap. 4, pp. 69-90.